

FIZIKAI MÉRÉSEK

(ÖSSZEVONT LABORATÓRIUMI TANANYAG I.)

SZERZŐK: AZ ELTE TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR OKTATÓI

SZERKESZTETTÉK: HAVANCSÁK KÁROLY, DANKHÁZI ZOLTÁN

LEKTORÁLTA: KEMÉNY TAMÁS



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM

Második kiadás, 2022.

Tartalomjegyzék

6. Fajhő mérése (Böhönyey András, Groma István)	2
6.1. Bevezetés	2
6.2. A kaloriméter felépítése és modellje	3
6.2.1. A kaloriméter felépítése	3
6.2.2. Az kaloriméter működésének modellje	3
6.2.3. A kaloriméter kalibrálása	4
6.3. A fajhőmérés elve	5
6.4. A mérési összeállítás és a mérés módszere	6
6.5. A mérés menete	8
6.6. A kiértékelés menete	9
6.7. A mérési feladatok és az adatok értékelése	10
6.7.1. Mérési feladatok	10
6.7.2. Elméleti feladatok	10
6.8. Ajánlott irodalom	10

6. fejezet

Fajhő mérése (Böhönyey András, Groma István)

6.1. Bevezetés

Az anyag fajhőjének (c) mérése legegyszerűbben úgy történhet, hogy a mérendő anyag ismert tömegű (m) mennyiségével, definiált körülmények között, hőt közlünk (Q), és közben mérjük a hőmérséklet változását (ΔT_m):

$$Q = C_m \Delta T_m, \quad (6.1)$$

ahol a rövidség kedvéért bevezettük a $C_m = cm$ hőkapacitást. A hőátadás folyamatát kaloriméterben mérjük. A kaloriméter a környezetétől jó hőszigetelő fallal elzárt eszköz, amelyben a mérendő hőmennyiség hőmérséklet- vagy halmazállapot-változást idéz elő. A kaloriméterek két fő csoportba sorolhatók. Vannak izotermikus és nem-izotermikus kaloriméterek. Az izotermikus kaloriméterek legismertebb típusa a Bunsen-féle jégkaloriméter, amelynél a 0°C -on tartott kaloriméterbe bejuttatott hőmennyiséget az általa megolvasztott jég térfogatcsökkenésének mérésével, a jég olvadási hőjének ismeretében számítják ki.

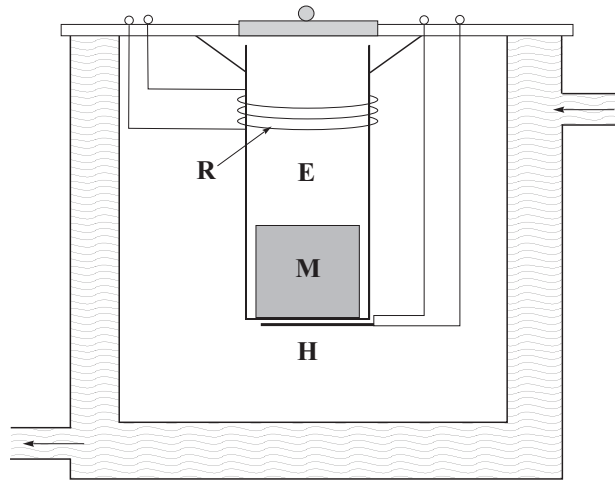
A nem-izotermikus kaloriméterek gyakrabban használatosak, mint az izotermikusak. Egyik fontos típust az adiabatikus kaloriméterek képviselik, amelyeknél a környezettel fellépő hőcserét úgy csökkentik elhanyagolható értékre, hogy vagy nagyon gondosan szigetelik a kalorimétert (pl. alacsony hőmérsékletű méréseknél), vagy a környezetének a hőmérsékletét önműködő szabályzó berendezéssel, a kaloriméter hőmérsékletével azonos értéken tartják.

A nem-izotermikus kaloriméterek másik típusa az ún. *izoperibol kaloriméter*. Azokat a kalorimétereket nevezik izoperibol kalorimétereknek, melyek hőmérséklete változik, miközben a környezetük hőmérséklete állandó marad. A laborban a mérést elektromos izoperibol kaloriméterrel végezzük. Ez esetünkben olyan szabályozott hőmérsékletű edény belsejébe helyezett réztömb, amelyen még ismert ellenállású (R) fűtőtestet is található. A belső és külső hőmérsékleteket egy-egy speciálisan hőmérséklet mérésre készített félvezető eszközzel mérjük. Ez az integrált áramkör (LM35) a félvezető ellenállásának hőmérséklet függését kihasználva a hőmérséklettel arányos feszültséget szolgáltat. Ilyennel már a hétköznapi gyakorlatban használatos minden elektromos hőmérő is.

6.2. A kaloriméter felépítése és modellje

6.2.1. A kaloriméter felépítése

Az izoperibol kaloriméter felépítésének vázlatát mutatja a 6.1. ábra. A kaloriméter fő része az a vékonyfalú **E** rézedény, amely a mérendő **M** testet teljesen körülveszi. Az edény külső falához alulról az **H** hőmérő illeszkedik, melynek kivezetései a fedőlapon vannak. Az edényt olyan kettősfalú henger veszi körül, amelyben állandó hőmérsékletű víz kering. Az edény és a vízhűtött köpeny között levegő van. A rézedény külső falára csévél, ismert **R** ellenállású, huzal a kaloriméter fűtésére szolgál. Kivezetései szintén a fedőlapon találhatók.



6.1. ábra. A kaloriméter felépítése;
R: fűtőellenállás, **E**: kaloriméter edény, **M**: minta, **H**: hőmérő

6.2.2. Az kaloriméter működésének modellje

A kaloriméter alkatrészei hőt vesznek fel, így a kaloriméterbe bevitt hőmennyiség még tökéletes hőszigetelés esetén sem egyedül a benne elhelyezett anyag hőmérsékletének emelésére fordítódik. A kaloriméterbe egységnyi idő alatt be- illetve kiáramló hő $\dot{Q}_k$ jó közelítéssel arányos a kaloriméter T hőmérsékletének és a külső (vízhűtéssel szabályozott) T_{out} hőmérséklet különbségével.

$$\dot{Q}_k = -\alpha(T - T_{out}), \quad (6.2)$$

ahol az α paramétert hőátadási tényezőnek nevezik.

A fentiek szerint a kaloriméterben a hőmennyiség időegységre vonatkozó változására a 6.1 és a 6.2 egyenletek alapján felírhatjuk, hogy

$$C_p \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_{out}) + \dot{Q}_s(t), \quad (6.3)$$

ahol C_p a kaloriméter hőkapacitása (ezt gyakran a kaloriméter vízértékének nevezik) és $\dot{Q}_s(t)$ azt a hőteljesítményt jelöli amit kívülről viszünk be valamilyen módon (lásd alább) a rendszerbe. Ez természetesen függhet az időtől.

6.2.3. A kaloriméter kalibrálása

Ahhoz, hogy a kaloriméter hőmérsékletének változásából következtetni tudjunk arra a leadott hőmennyiségre, ami a felfűtött mintából a kaloriméterbe kerül, első lépésként meg kell határozni a C_p és az α paramétereket.

Ehhez rövidebb ideig a fűtőellenállásra adott U feszültséget kapcsolva állandó teljesítménnyel hőt viszünk be a rendszerbe. Ekkor

$$\dot{Q}_s = \frac{U^2}{R}$$

olyan időben állandó konstans, amit a továbbiakban $\dot{Q}_R$ -rel jelölünk.

Ennek alapján a 6.3 egyenlet az elektromos fűtés alatt

$$C_p \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_{out}) + \dot{Q}_R \quad (6.4)$$

alakú elsőrendű lineáris állandó együtthatós inhomogén differenciálegyenlet lesz. Ennek megoldását kereshetjük a

$$T(t) = T_A e^{-\beta t} + T_\infty \quad (6.5)$$

alakban ahol T_A , β és T_∞ állandók. Egyszerű behelyettesítés után látható, hogy

$$\beta = \frac{\alpha}{C_p} \quad (6.6)$$

és

$$T_\infty = T_0 + \frac{\dot{Q}_R}{\alpha}. \quad (6.7)$$

A T_A paraméter a kezdeti feltételből határozható meg. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a mérés kezdetekor a kaloriméter hőmérséklete megegyezik a külső hőmérséklettel, azaz T_{out} -al. Tehát

$$T_A = T_0 - T_\infty = -\frac{\dot{Q}_R}{\alpha}. \quad (6.8)$$

Visszaírva a kapott eredményeket a 6.5 egyenletbe

$$T(t) = -\frac{\dot{Q}_R}{\alpha} e^{-t\alpha/C_p} + T_\infty \quad (6.9)$$

összefüggésre jutunk. Ebből az egyenletből látszik, hogy T_∞ az a hőmérséklet amelyre beállna a rendszer, ha nem kapcsolnánk le a fűtést.

A fenti egyenletet írhatjuk

$$T(t) = \frac{\dot{Q}_R}{\alpha} (1 - e^{-\beta t}) + T_{out} \quad (6.10)$$

alakban is. (Más kezdeti hőmérséklet esetében ennél valamivel komplikáltabb kifejezés adódik.)

Ami a 6.10 kifejezést igazán fontossá teszi számunkra az az, hogy a ráfűtés bekapcsolásától kezdődően elég kicsi t értékekre a hőmérséklet az idővel lineárisan növekszik. Az $e^{-\beta t}$ függvény sorbafejtésével, és az első deriváltnál megállva írhatjuk:

$$e^{-\beta t} \approx 1 - \beta t. \quad (6.11)$$

Ezt 6.6 egyenletbe írva kapjuk:

$$T(t) \approx \frac{\dot{Q}_R}{C_p} t + T_{out} = \frac{U^2}{R} \frac{1}{C_p} t + T_{out}. \quad (6.12)$$

Tehát ha a mért $T(t)$ görbe főszakaszának legelejére egyenest illesztünk, akkor annak meredekségéből U és R ismeretében a kaloriméter C_p „hőkapacitása” (vízértéke) meghatározható. **Fontos kiemelni, hogy a fenti lineáris összefüggés csak akkor igaz ha a mérés elindításakor kaloriméter hőmérséklete megegyezik a külső hőmérséklettel. Ezért ezt a mérést mindig így kell elindítani!**

A következő feladat az α hőátadási tényező meghatározása. Nézzük meg mi történik azután, ha a külső fűtőfeszültséget kikapcsoljuk. Ekkor a 6.3 egyenlet

$$C_p \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_{out}) \quad (6.13)$$

alakúra egyszerűsödik. Ennek megoldása

$$T(t) = (T_s - T_0)e^{-\beta t} + T_{out}, \quad (6.14)$$

ahol T_s a kikapcsoláskor érvényes hőmérséklet. A β paraméter meghatározását legegyszerűbben úgy tehetjük meg, hogy kikapcsolás után a mért $T(t)$ görbére valamilyen jól kiválasztott intervallumban a

$$T(t) = T_b e^{-\beta t} + T_{out} \quad (6.15)$$

alakú függvényt illesztjük. Igazából minket csak β érdekel, aminek ismeretében az előző mérés felhasználásával megkaphatjuk a hőátadási tényező értékét:

$$\alpha = \beta C_p \quad (6.16)$$

6.3. A fajhőmérés elve

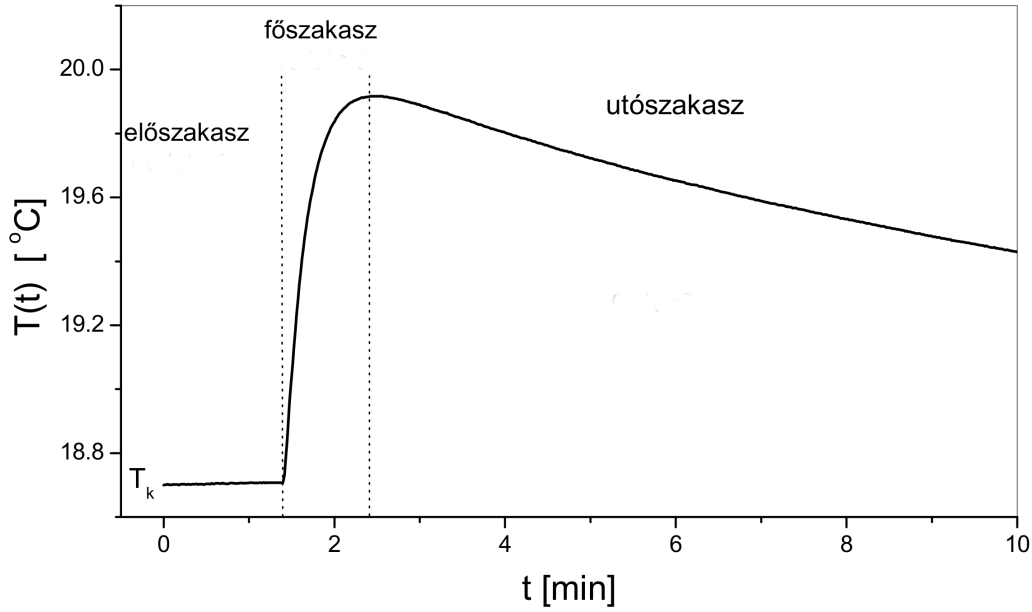
Nézzük meg, mi történik akkor ha a T_m hőmérsékletre előmelegített testet beleejtjük a kaloriméterbe. Ekkor a kaloriméter hőmérséklet-változását leíró 6.3 egyenletbe a mintából a kaloriméterbe áramló hőtéljesítményt kell beírni. Jelöljük ezt $\dot{Q}_m(t)$ -vel Ekkor a fentiek szerint

$$C_p \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_{out}) + \dot{Q}_m(t). \quad (6.17)$$

Mivel a minta és a kaloriméter hőmérséklete idővel jó közelítéssel kiegyenlítődik, a folyamatot célszerű két szakaszra bontani (lásd 6.2 ábra). Az első - kezdetben gyorsan változó majd fokozatosan lelassuló - szakasz során („főszakasz”) $\dot{Q}_m(t)$ még nagy, és a kaloriméter hőmérséklete emelkedik.

Az „utószakaszban” a minta és a kaloriméter hőmérséklete már azonos. Ekkor a minta-kaloriméter együttes hőmérséklete az állandó hőmérsékletű környezetbe áramló hővesztés következtében a fentebb leírtaknak megfelelően exponenciálisan csökken, de most természetesen C_p helyett a $C_t = C_p + C_m$ „teljes” (minta+kaloriméter) hőkapacitással kell számolni. Ugyanakkor ebben a szakaszban nyilván teljesül, hogy

$$Q_m(t) = \int_{t_0}^t \dot{Q}_m(t') dt' = C_m(T_m - T(t)). \quad (6.18)$$



6.2. ábra. A kaloriméter hőmérsékletének időfüggése a mérés során

Ezért a feladatunk $Q_m(t)$ meghatározása. Ehhez integráljuk a 6.3 egyenletet:

$$C_p[T(t) - T(t_0)] = -\alpha I(t) + Q_m(t). \quad (6.19)$$

ahol

$$I(t) = \int_{t_0}^t [T(t') - T_{out}] dt' \quad (6.20)$$

a mérési adatokból numerikus integrálással meghatározható. Fontos megjegyezni, hogy a felső integrációs határt úgy kell megválasztani, hogy már bőven a lassuló utószakaszban legyünk. A 6.18-ből Q_m -et kifejezve

$$Q_m(t) = C_m[T_m - T(t)] = C_p[T(t) - T(t_0)] + \alpha I(t), \quad (6.21)$$

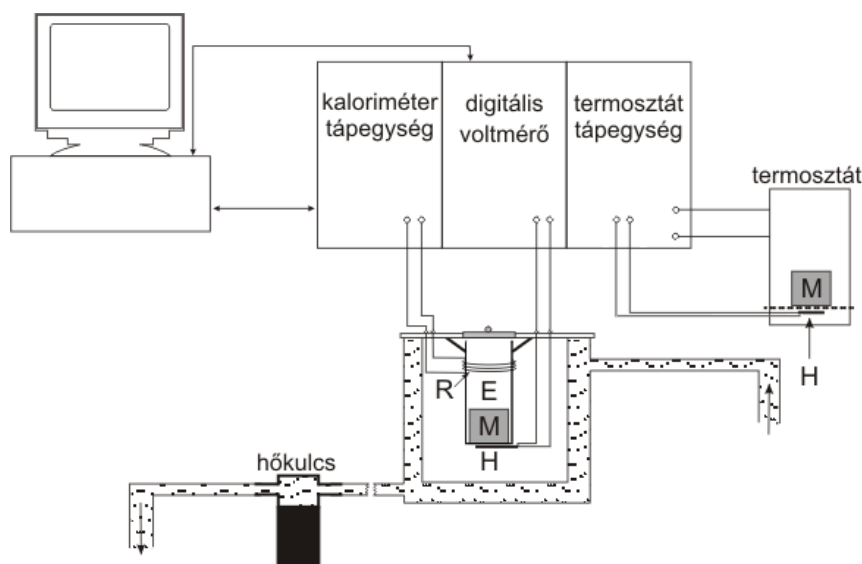
ahonnan megkapjuk a minta C_m hőkapacitását.

Célszerű, de nem feltétlenül szükséges a mérést úgy végezni, hogy a minta beejtésekor a kaloriméter hőmérséklete megegyezik a külső hőmérséklettel akkor

$$Q_m(t) = C_m(T_m - T(t)) = C_p[T(t) - T(t_0)] + \alpha I(t). \quad (6.22)$$

6.4. A mérési összeállítás és a mérés módszere

A mérési összeállítás blokkvázlata a 6.3. ábrán látható. A kaloriméter állandó hőmérsékletű környezetét az áramló víz biztosítja, amelyet az az automatikus szabályozó rendszer szolgáltat, amit a labor kezdete előtt elindít a laborvezető. A víz átfolyik a kalorimétert körülvevő kettősfalú hengerben, és az ún. hőkulcson is. Ez olyan cső, amely a kaloriméter



6.3. ábra. A fajhő mérés összeállítási rajza;
R: fűtőellenállás, E: kaloriméter edény, M: minta, H: hőmérő

belső méretével egyezik meg, és abba helyezve a fém-fém érintkezés révén meggyorsítja a hőmérsékleti egyensúly elérését.

A mérőberendezéshez tartozik még az a fűthető termosztát, amellyel a minta előmelegíthető.

A mérés vezérlését, az adatgyűjtést és a kiértékelést ugyanaz a mérőprogram végzi, amely a *calori_labor* utasítással indítható el akár terminálból, akár az asztalon levő ikonnal. Ezután első lépésként ki kell választani azt a könyvtárat ahova a mérési eredményeket elmentjük. Ha még nincs könyvtára, az Ön Neptun kódjával hozza azt létre, és válassza ki „munkakönyvtárként”. Ezután a 6.4 ábrán látható kép jelenik meg.

A program folyamatosan megadja a kaloriméter, a külső környezet és a termosztát hőmérsékletét, valamint a termosztát fűtéséhez használt feszültséget és a kaloriméter fűtőellenállásán mért feszültséget. Ezeken kívül kijelzi a mérés kezdete óta eltelt időt is.

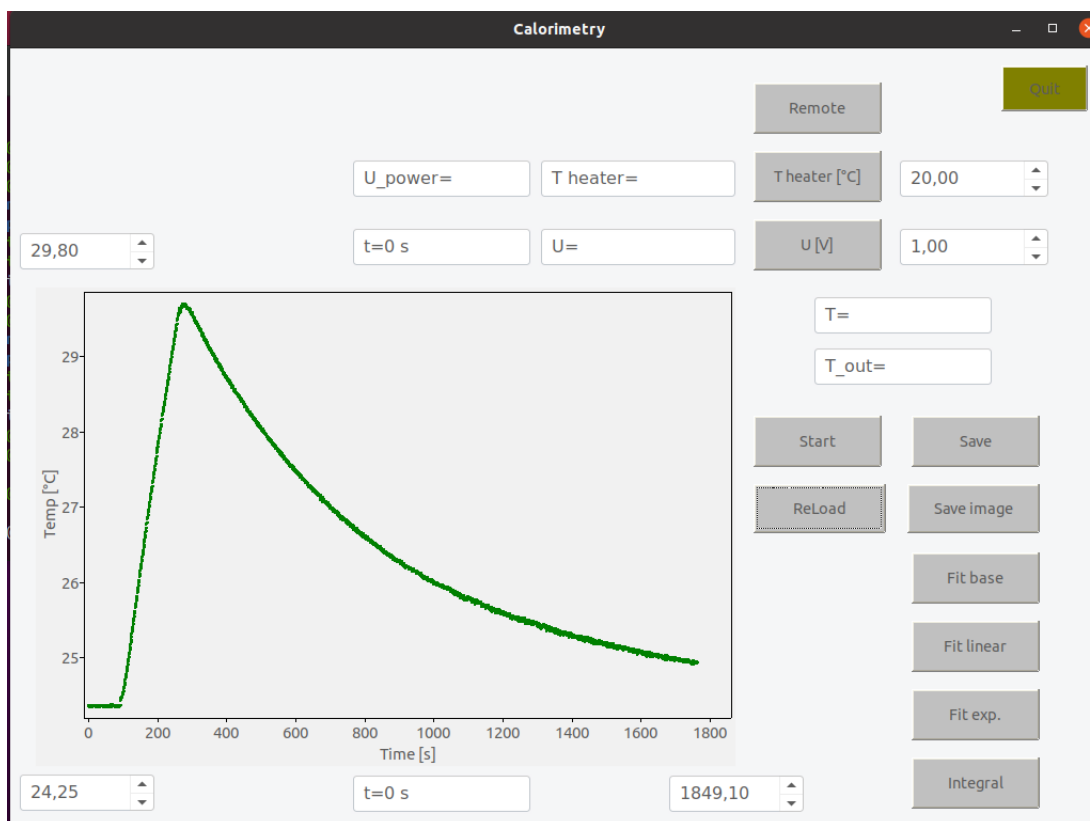
A program segítségével úgy tudja beállítani a fűtőfeszültséget ill. a termosztát hőmérsékletét, hogy (lásd alább) a megfelelő dobozba beírja a kívánt értéket majd leüti az „Enter” gombot. Azonban lehetőség van az érték beállítására az egérrel is a kicsi „fel”, „le” nyilakra kattintva. Ekkor az egér gombjának felengedésével állítódik be a tényleges érték.

Ugyanezzel a programmal lehet lineáris, exponenciális függvényt illeszteni valamit a fent bevezetett $I(t)$ integrált numerikusan kiszámítani. (A részletes útmutatót lásd később.)

A mérés a „Start” gomb lenyomásával indítható. A grafikonon a skálákat a tengelyek melletti dobozokban lehet beállítani. A mérés megállítása után a mért adatok a „Save” gombbal elmenthetők. A mentett mérések később a „Reload” gombbal visszaolvashatók.

A grafikonon látható ábra „jpg” formátumban tetszőleges pillanatban elmenthető a program indításakor megadott könyvtárba. A fájl neve a pillanatnyi dátumból és időpontból állítódik elő.

Mint azt már korábban láttuk, a fajhő mérése kétféleképpen történhet. Az egyik



6.4. ábra. A mérőprogram

esetben az elektromos fűtést nem kell használnunk. Ilyenkor külön tápegység fűti azt a termosztátot, amelyben a minta ($25 - 35$) °C közötti hőmérsékletre melegíthető. Az ejtést megelőzően a termosztátot a kaloriméter nyílása fölé kell helyezni. A termosztát edény, ill. a minta hőmérsékletéről közvetlenül, hőmérővel is meg lehet győződni.

A másik esetben a kalorimétert a behelyezett mintával együtt ugyanúgy fűtjük, mint a kalibrálás során.

6.5. A mérés menete

1. *Előkészítés.* A hőkulcsot helyezze a kaloriméterbe. A hűtővíz nyitását a laborvezető végzi. Ellenőrizze, hogy a hűtővíz áramlik. A mérés szempontjából fontos feltétel a stabil és állandó környezeti hőmérséklet biztosítása, ezért a víz áramlását célszerű minél korábban elindítani.

Tegye a kiadott mintát a termosztát edénybe úgy, hogy a piros pálca betolt állapotban legyen. A termosztát célhőmérsékletét állítsa be $T_{heater} = (25 - 35)$ °C közötti hőmérsékletértékre (a vízhőmérsékletnél $6 - 8^\circ\text{C}$ -szal több legyen). Hozzávetőlegesen *10 perc* után a minta hőmérséklete állandónak tekinthető. Ekkor a termosztát fűtőfeszültségének 0 V -ot kell mutatnia.

2. *A kalibrálás menete.* A kaloriméter kalibrálásakor a kaloriméter edényt üresen fűtjük. Vegye ki a hőkulcsot, és tegye fel az edény fedelét. **Ahogy fentebb láttuk igen**

fontos, hogy a mérés kezdetekor a kaloriméter hőmérséklete egyezzen meg a hűtővízével. Először állítsa be a fűtőfeszültséget, $(2 - 3) V$ -ra. Ezzel még a tényleges fűtés nem indul el. Ezután a „Start”-tal indítsa el a mérést és vegyen fel legalább 2 perces „előszakaszt”. Ezután a „U” gomb benyomásával adja rá a fűtőfeszültséget. Ekkor a gomb piros színre vált. Várjon addig, amíg a hőmérséklet kb. $(2 - 3) ^\circ C$ -ot emelkedik. Ezután kapcsolja ki a fűtést a gomb újbóli lenyomásával. Ezt követően folytatódjon az adatgyűjtés, és vegye fel a hűlési szakaszt addig amíg a hőmérséklet megközelíti a vízhőmérsékletet (25 - 30 perc). Végül állítsa le a mérést, mentse el az adatokat, majd tegye a hőkulcsot a kaloriméterbe. Amíg a rendszer visszaáll az egyensúlyi állapotra határozza meg a kaloriméter paramétereit. A részleteket lásd alább.

3. *Fajhőmérés beejtéses módszerrel (a. módszer).* Vegye ki a hőkulcsot, és tegye fel az edény fedelét. A termosztátban melegített minta ekkora már valószínűleg elérte a kívánt $(25 - 35) ^\circ C$ közötti hőmérsékletet. Indítsa be a mérést és vegyen fel rövid 2 - 3 perces „előszakaszt”. Ez alatt helyezze a mintát tartalmazó termosztátot a kaloriméter edény fölé. A pontos ráhelyezést a megvezető rudak segítik. Az „előszakasz” végén az edény fedelének leemelése után húzza ki a piros pálcikát. Ilyenkor a minta beesik az edénybe. A koppanás időpontját jegyezze fel, ez a „főszakasz” kezdete. A beejtés után ne felejtse el az edény fedelét visszahelyezni! $(25$ - $30)$ perc mérési idő elteltével ismét állítsa le a mérést és mentse az adatokat. Most is tegye be a hőkulcsot a kaloriméterbe, úgy hogy az a minta tetejére üljön.
4. *Fajhőmérés a kaloriméter és a minta együtt-fűtésével (b. módszer).* Ennél a fajhőmérési módszernél a minta mindvégig a kaloriméter edényben van, így a fűtés ideje alatt is. Egyébként a mérést a kalibrációhoz használt méréssel megegyező módon végezze.
5. A laborban található nagypontosságú mérleggel mérje meg a minta tömegét.

6.6. A kiértékelés menete

A programmal a megfelelő gomb benyomása után tudunk egyenest, exponenciális függvényt illeszteni, valamint integrálni. Ehhez első lépésként ki kell választani az illesztési ill. integrálási tartományt. A gomb lenyomása után megjelenik két függőleges vonal. Az egeret valamelyik vonal tetszőleges pontjára vívé és a bal egérgombot lenyomva tartva mozgatni tudjuk a vonalat. A kívánt pozíciók beállítása után a gomb benyomásával elindul az illesztés ill. az integrálás. A kapott paraméterek az ábrán kiíródnak. Ezt célszerű a „Save image” gombbal elmenteni.

Ha a kiértékelést megfelelő sorrendben végezzük akkor a program megadja a kívánt paramétereket. Első lépésben a kalibrációs mérést kell kiértékelni. Ebben először határozzuk meg a fűtés megkezdése előtti szakasz meredekségét. Ez általában igen kicsi, de előfordulhat, hogy a mérés közben a hűtővíz lassan kicsit melegszik, így egy kicsit növekvő görbét kapunk. A „Fit base” gomb benyomásával a megfelelő intervallum kiválasztása után tudunk egy egyenest illeszteni az előszakaszra.

Második lépésként a „Fit linear” gomb benyomásával a melegítési lineáris szakaszra tudunk egy egyenest illeszteni. Az illesztés után megkapjuk a kaloriméter vízértékét is.

Ehhez a program a most kapott meredekség és az előszakasz meredekségének különbségét használja.

Ezután a „Fit exp” gombbal illeszthetünk egy exponenciális függvényt a lecsengő szakaszra. Ekkor a program megadja az α hőátadási tényezőt. Célszerű az illesztési határokat kicsit változtatva többször is elvégezni az illesztést. Ebből meg tudjuk határozni az illesztési paraméterek hibáját.

Ezután folytassuk a beejtett mintán kapott mérés kiértékelésével. A 6.20 szerinti integrálást az „Integral” gomb benyomásával tudjuk elvégezni. Az integrálás alsó határa legyen kicsivel a beejtés pillanata előtt. A felső határt a lecsengő szakaszban 4-5 helyen is érdemes megválasztani. A program ekkor megadja 6.21 egyenlet alapján a minta hőkapacitásának értékét. A különböző felső határok esetében a hőkapacitásnak közel meg kell egyeznie, de célszerű a kapott értékek átlagát megadni.

Megjegyezzük, hogy itt is illeszthetünk egy exponenciális a lecsengő szakaszra. A megkapott β értékből α és a kaloriméter vízértékének ismeretében a minta hőkapacitását meg lehet határozni. Ez meg kell egyezzen az integrálással kapott értékkel.

Végül a 4. pontban elvégzett együtt-fűtéssel kapott mérést értékeljük. ki. Itt egyszerűen a kalibrálásnál alkalmazott módszert tudjuk újra használni.

6.7. A mérési feladatok és az adatok értékelése

6.7.1. Mérési feladatok

1. Mérje meg a kaloriméter kalibrációs paramétereit.
2. Mérje meg a gyakorlatvezető által kijelölt minta fajhőjét az *a. módszer* szerint.
3. Mérje meg a gyakorlatvezető által kiválasztott minta fajhőjét a *b. módszer* szerint.

6.7.2. Elméleti feladatok

1. A kaloriméter edénye miért vörösrézből készült?
2. Hasonlítsa össze az *a.* és a *b. módszer* előnyeit és hátrányait. Elegendő az összevetést a mérés néhány részelemére elvégezni!
3. A klasszikus elmélet, vagyis az ekvipartíció szerint a laborvezető által kiadott mintára milyen fajhőt vár?

6.8. Ajánlott irodalom

1. E. D. West, K. L. Churney, J. Appl. Phys. **39** (1968) 4206. A Two-body Model for Calorimeters with Constant-Temperature Environment.

A mérésen az utóbbi időben jelentős fejlesztést végeztünk, ezért nem kizárt, hogy rendellenességet tapasztal. Kérjük ezt jelezze a laborvezetőnek, hogy javítani tudjuk.